UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
MESTRADO EM CIÊNCIAS COM ÊNFASE EM FÍSICA DE MATERIAIS

Processo Seletivo 2019/1 – Prova de Matemática

Questão 1: O módulo da distância entre os vetores $\boldsymbol{a} = 1\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} + 0\boldsymbol{k}$ e $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{i} - 1\boldsymbol{j} + 1\boldsymbol{k}$ é

(a) $|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}| = \sqrt{5}$

(b) $|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}| = 2.$

(c) $|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}| = \sqrt{3}.$

(d) $|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}| = 1.$

Questão 2: O ângulo θ compreendido entre os vetores $\boldsymbol{a} = 1\boldsymbol{i} + 1\boldsymbol{j} - 1\boldsymbol{k}$ e $\boldsymbol{b} = -1\boldsymbol{i} + 1\boldsymbol{j} - 1\boldsymbol{k}$ é dado por

(a) $\theta = 0.$

(b) $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right).$

(c) $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right).$

(d) $\theta = \frac{\pi}{2}.$

Questão 3: Sendo $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ vetores arbitrários no espaço de módulos a e b, respectivamente, e θ o ângulo entre eles, pode-se afirmar que a distância entre esses vetores será

(a) $|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

(b) $|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}| = a - b$.

(c) $|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta}$.

(d) $|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta}$.

Questão 4: A função real $f(x) = (x-2)^2(x-5)$ apresenta

(a) Um máximo local em $x_1 = 2$ e um mínimo local em $x_2 = 4$.

(b) Um máximo local em $x_1 = 3$ e um mínimo local em $x_2 = 2$.

(c) Apenas um máximo local em $x_1 = 2$.

(d) Apenas um mínimo local em $x_1 = 5$.

Questão 5: O limite da função real $f(x) = \dfrac{1 - e^{-5x}}{x}$ quando $x \to 0$ tem valor:

(a) 5

(b) Infinito.

(c) 0.

(d) 1

Questão 6: Considere uma função real $f(x) = \sqrt{1 + g(x)^2}$, onde $g(x)$ é também uma função real (contínua e diferenciável) da variável x. Pode-se afirmar que a função $f'(x) = \dfrac{df}{dx}$ vale

(a) $f(x)g'(x)$.

(b) $f(x)g'(x)g(x)$.

(c) $f(x)g(x)$.

(d) $f(x)g'(x)g(x)/2$.

Questão 7: Considere as matrizes A e b definidas como

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Pode-se afirmar que o produto $b^T A b$, onde b^T é a transposta de b, vale

(a) 2.

(b) 5.

(c) 6.

(d) 7.

Questão 8: Qual das seguintes funções reais $f(x)$ é uma solução da equação diferencial ordinária $\dfrac{d^2 f}{dx^2} + 4f = 0$?

(a) $f(x) = 2e^{-2x}$.

(b) $f(x) = 3\cos(2x)$.

(c) $f(x) = 2\sin(x)$.

(d) $f(x) = e^{2x}$.

Questão 9: Qual das seguintes equações diferenciais parciais é satisfeita pela função real de duas variáveis $\psi(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy$?

(a) $\dfrac{\partial \psi}{\partial x} - 2\dfrac{\partial \psi}{\partial y} = 0.$

(b) $\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \dfrac{1}{x}\dfrac{\partial \psi}{\partial y} = 0.$

(c) $\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0.$

(d) $\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \dfrac{1}{y}\dfrac{\partial \psi}{\partial y} = 0.$

Questão 10: Considere os vetores unitários $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ e $\boldsymbol{k}$ nas direções mutuamente ortogonais x, y e z, respectivamente. Assinale a alternativa abaixo que representa o gradiente da função escalar real definida nesse sistema de coordenadas como $\varphi(x, y, z) = xyz^2$.

(a) $\nabla\varphi = 2yz^2 + 2xyz.$

(b) $\nabla\varphi = xz^2\boldsymbol{i} + 2xyz\boldsymbol{j} + 2xyz\boldsymbol{k}.$

(c) $\nabla\varphi = yz^2\boldsymbol{i} + yz\boldsymbol{j} + xyz^2\boldsymbol{k}.$

(d) $\nabla\varphi = yz^2\boldsymbol{i} + xz^2\boldsymbol{j} + 2xyz\boldsymbol{k}.$

Questão 11: Considere o campo vetorial $\boldsymbol{a}(x, y, z) = x^2\boldsymbol{i} + 2zy\boldsymbol{j} + y^2\boldsymbol{k}$, onde $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ e $\boldsymbol{k}$ são vetores unitários nas direções dos eixos coordenados x, y e z, respectivamente. Assinale abaixo a alternativa que corretamente reproduz o divergente desse campo ($\nabla \cdot \boldsymbol{a}$):

(a) $\nabla \cdot \boldsymbol{a} = 2x + 2y.$

(b) $\nabla \cdot \boldsymbol{a} = 2x + 2z.$

(c) $\nabla \cdot \boldsymbol{a} = 2x\boldsymbol{i} + 2y\boldsymbol{j} + 2z\boldsymbol{k}.$

(d) $\nabla \cdot \boldsymbol{a} = 2x\boldsymbol{i} + 2z\boldsymbol{j}.$

Questão 12: Seja $z = x + iy$ um número complexo. A função de variável complexa $f(z) = 2e^{3iz}$ pode ser escrita em termos das variáveis reais x e y na forma:

(a) $f(z) = 2(i\cos(3z) - \sin(3z))$.

(b) $f(z) = 2i(\cos(3z) - \sin(3z))$.

(c) $f(z) = 2(\cos(2z) + i\sin(2z))$.

(d) $f(z) = 3(\cos(2z) - i\sin(3z))$.